

**Vestibular Vocacionado 2010.2**

# ***Caderno de Prova***

**2ª FASE – 2ª Etapa**

**MATEMÁTICA**

Nome do Candidato: \_\_\_\_\_

## **INSTRUÇÕES GERAIS**

- Confira o Caderno de Prova, as Folhas de Respostas e a Folha de Redação. Em caso de erro, comunique-se com o fiscal.
- Utilize somente **caneta** esferográfica transparente com tinta na cor **azul** ou **preta**.
- **Não assine** as Folhas de Respostas e a de Redação, pois isso identifica o candidato, tendo como consequência a **anulação** da prova.

## **PROVA DISCURSIVA**

- Responda às questões discursivas. Se desejar, utilize para cada uma o espaço de rascunho correspondente; no entanto, suas questões deverão ser transcritas para as Folhas de Respostas definitivas observando a numeração correspondente a cada questão.



# Matemática

---

## Matemática

(2 questões)

3. Resolva o sistema de equações:

$$\begin{cases} 3^{\log_3(x+y)} = 2^{\log_1(x-y)} \\ \log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Explicita todos os cálculos com a maior clareza possível.

---

4. Um professor de matemática, ao comentar o conteúdo de divisibilidade de números naturais com seus alunos do ensino médio, recebeu os seguintes questionamentos:

- Qual é o valor da soma dos mil primeiros números naturais não nulos que são divisíveis por 6?
- Qual a quantidade de números naturais divisíveis por 4, e com cinco dígitos distintos que podem ser formados com os algarismos 1, 2, 3, 4, 6, 8?

Escreva a resposta correta para cada um dos questionamentos acima, a ser fornecida pelo professor. Justifique seus argumentos e explicita seus cálculos.

## Física

(2 questões)

5. Um cilindro, cuja densidade média é  $0,80 \text{ g/cm}^3$ , comprimento  $50,0 \text{ cm}$  e área das bases  $10,0 \text{ cm}^2$ , flutua verticalmente em equilíbrio na água.

- Quanto do cilindro fica fora da água?
  - Qual a força (em N) necessária para mergulhar completamente o cilindro?
  - Depositando-se um pequeno objeto sobre a base superior do cilindro em equilíbrio, observa-se que ele afunda  $5,0 \text{ cm}$  com relação à sua posição anterior, sem o objeto. Neste caso, qual é a massa deste objeto?
- 

6. No interior de três garrafas térmicas idênticas são colocadas as seguintes substâncias:

- 50 g de gelo à temperatura  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  e 200 g de água à temperatura  $50 \text{ }^\circ\text{C}$ ;
- 50 g de gelo à temperatura  $-20 \text{ }^\circ\text{C}$  e 100 g de água à temperatura  $29 \text{ }^\circ\text{C}$ ;
- 100 g de água à temperatura  $80 \text{ }^\circ\text{C}$  e 200 g de água à temperatura  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Considerando que não há trocas de calor entre o conteúdo das garrafas e o meio externo, calcule:

- a temperatura de equilíbrio no interior da garrafa térmica I;
- a massa de gelo que resta no interior da garrafa térmica II, sabendo que a temperatura de equilíbrio é  $0 \text{ }^\circ\text{C}$ ;
- a energia fornecida ao sistema no interior da garrafa térmica III, quando é atingida a temperatura de equilíbrio  $41 \text{ }^\circ\text{C}$ , após a garrafa ter sido sacudida por um longo intervalo de tempo.

# Formulário de Matemática

Volume do prisma	$V = S_b h$ , onde $S_b$ é a área da base e $h$ é a altura
Volume do cilindro	$V = S_b h$ , onde $S_b$ é a área da base e $h$ é a altura
Volume da pirâmide	$V = \frac{S_b h}{3}$ , onde $S_b$ é a área da base e $h$ é a altura
Volume do cone	$V = \frac{S_b h}{3}$ , onde $S_b$ é a área da base e $h$ é a altura
Volume do tronco de cone	$V = \frac{\pi h}{3} (R^2 + rR + r^2)$
Volume da esfera	$V = \frac{4\pi r^3}{3}$
Volume do cubo	$V = l^3$
Área da superfície esférica	$A = 4\pi r^2$
Área do círculo	$A = \pi r^2$
Área lateral do cilindro	$A = 2\pi r h$
Área do trapézio	$A = \frac{(B+b)h}{2}$
Área do setor circular	$A = \frac{\theta r^2}{2}$ , com $\theta$ em radianos
Comprimento de Arco	$l = r\theta$ , com $\theta$ em radianos
Excentricidade	$e = \frac{c}{a}$
Mudança de base logarítmica	$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$
Termo geral da progressão aritmética	$a_n = a_1 + (n-1)r$
Termo geral da progressão geométrica	$a_n = a_1 q^{n-1}$
Soma de $n$ termos da progressão aritmética	$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$
Soma de $n$ termos da progressão geométrica	$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$ , com $q \neq 1$
Soma dos infinitos termos da progressão geométrica	$S = \frac{a_1}{1 - q}$ , com $ q  < 1$
Termo geral do Binômio de Newton	$T_{p+1} = \binom{n}{p} x^p a^{n-p}$
$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin y \sin x$	$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \sin y \cos x$
Lei dos senos	$\frac{\sin \hat{A}}{a} = \frac{\sin \hat{B}}{b} = \frac{\sin \hat{C}}{c}$
Lei dos cossenos	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc(\cos \hat{A})$
Análise Combinatória	$P_n = n!$ $C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$ $A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$

Relação entre cordas	$\overline{AC}^2 = \overline{CB} \cdot \overline{CH}$ $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$ $\overline{AH}^2 = \overline{BH} \cdot \overline{CH}$ $\overline{PA}^2 = \overline{PB} \cdot \overline{PC}$
----------------------	---

	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
Seno	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
Cosseno	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
Tangente	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	---

$\cos \theta = \frac{CA}{H}$	$\text{sen } \theta = \frac{CO}{H}$	$\tan \theta = \frac{CO}{CA}$
CA = Cateto Adjacente CO = Cateto Oposto H = Hipotenusa		

## Formulário de Física

$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$	$v = v_0 + a t$	$v^2 = v_0^2 + 2 a \Delta x$	$I = \frac{P}{A}$
$x = x_0 + (v_0 \cos \theta) t$	$y = y_0 + (v_0 \sin \theta) t - \frac{1}{2} g t^2$	$\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$	$f = \frac{1}{T}$
$\omega = \frac{2\pi}{T}$	$v = \omega r$	$\Delta x = R \Delta \theta$	$a_c = \frac{v^2}{R}$
$F = ma$	$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$	$F = kx$	$I = F \Delta t$
$P = mg$	$\tau = F d \cos \theta$	$Q = mv$	$p = p_0 + dgh$
$I = \Delta Q$	$E = mgh$	$E = \frac{1}{2} m v^2$	$P = \frac{F}{A}$
$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$	$E = \frac{1}{2} k x^2$	$\Delta U = Q - W$	$F = \mu F_N$
$Q = mc \Delta T$	$Q = mL$	$W = p \Delta V$	$E = \frac{F}{q}$
$V = K \cdot \frac{Q}{d}$	$E_p = q \cdot V$	$pV = nRT$	$T(K) = 273 + T(^{\circ}C)$
$F = K \frac{Q_1 Q_2}{d^2}$	$d = \frac{m}{V}$	$W = - \Delta E_p$	$E = dVg$
$P = Ui$	$U = Ri$	$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$	$R = \rho \frac{L}{A}$
$R_S = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$	$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$	$F = qvB \sin \theta$	$\varepsilon = Blv$
$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots$	$C_p = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$	$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi d}$	$\Phi_B = BA \cdot \cos \theta$
$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$	$\frac{y'}{y} = - \frac{p'}{p}$	$\frac{n_1}{p} = \frac{n_2}{p'}$	$\frac{\sin(\theta_1)}{\sin(\theta_2)} = \frac{n_2}{n_1}$
$L = L_0 (1 + \alpha \cdot \Delta T)$	$A = A_0 (1 + \gamma \cdot \Delta T)$	$L = n \frac{\lambda}{2}; n = 1, 2, 3, \dots$	$v = \lambda \cdot f$
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \frac{\text{m}}{\text{A}}$	$V = V_0 (1 + \beta \cdot \Delta T)$	$L = n \frac{\lambda}{4}; n = 1, 3, 5, \dots$	$v = \sqrt{F/\mu}$
$M_{\text{Terra}} = 6,0 \times 10^{24} \text{ kg}$	$G = 6,7 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$	$E_{\text{média}} = \frac{3}{2} kT$	$E = hf$
$p_0 = 1,0 \times 10^5 \text{ Pa}$	$L_{\text{H}_2\text{O}} = 80 \text{ cal/g}$	$c_{\text{H}_2\text{O}} = 1,0 \text{ cal}/(\text{g} \cdot ^{\circ}\text{C})$	$c_{\text{gelo}} = 0,5 \text{ cal}/(\text{g} \cdot ^{\circ}\text{C})$
$c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$	$g = 10 \text{ m/s}^2$	$d_{\text{H}_2\text{O}} = 1,0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$	$1 \text{ cal} = 4 \text{ J}$

***Página  
em Branco.  
(rascunho)***